

ÚVOD DO LOPATKOVÝCH STROJŮ

- 1.3 Definiční rysy lopatkových strojů
 - 1.4 Princip činnosti lopatkových strojů
 - 1.6 Základní typy lopatkových strojů
 - 1.13 Názvosloví meridiánových směru proudění
 - 1.14 Společné konstrukční znaky lopatkových strojů
 - 1.14 Lopatky
 - 1.17 Energetická rovnováha lopatkového stroje
 - 1.20 Turbosoustrojí
 - 1.21 Stupeň lopatkového stroje
 - 1.22 Rychlostní trojúhelník stupně
 - 1.25 Návrh stupně lopatkového stroje
 - 1.27 Úloha 1: Výpočet vnitřní práce a příkonu čerpadla
Úloha 2: Výpočet vnitřní práce, ztrát a účinnosti parní turbíny
Úloha 3: Výpočet výkonu turbosoustrojí
Úloha 4: Výpočet rychlostních trojúhelníků Lavalovy turbíny
Úloha 5: Příklad 2D výpočtu – tvar záběrníku rotoru turbokompresoru na jednotlivých poloměrech
 - 1.29 Odkazy
 - 1.30 - 1.33 Přílohy
-

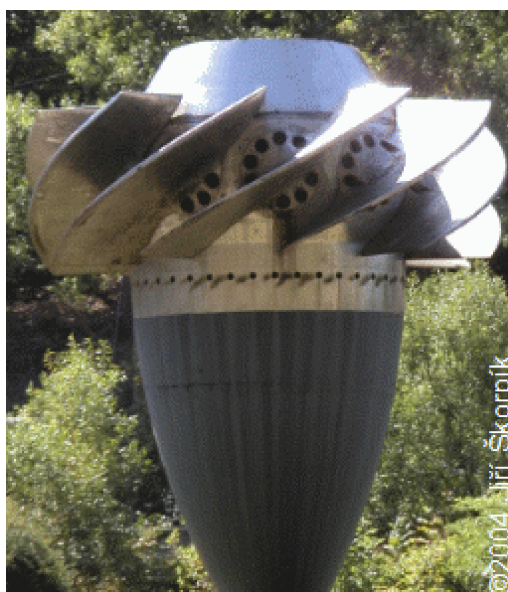
autor: ŠKORPÍK, Jiří ([LinkedIn.com/in/jiri-skorpik](https://www.linkedin.com/in/jiri-skorpik))
datum vydání: Říjen 2021, Zář 2022, Březen 2024 (3. vydání)
název: Úvod do lopatkových strojů
sborník: *turbomachinery.education*
provenience: Brno (Česká republika)
email: skorpik.jiri@email.cz

Copyright©Jiří Škorpík, 2006-2024
Všechna práva vyhrazena.

Definiční rysy lopatkových strojů

Lopatkové kanály

Lopatkové stroje, rovněž turbostroje, jsou širokou skupinou strojů (např. parní turbíny, plynové/spalovací turbíny, turbokompresory, odstředivá/radiální čerpadla, vodní turbíny apod.). Jejich charakteristickým rysem je rotor, což je hřídel po obvodu opatřená lopatkami (tzv. oběžné kolo). Lopatky vytváří tzv. lopatkové kanály, ve kterých proudí pracovní tekutina – na Obrázku 1 je rotor vodní Kaplanovy turbíny, na kterém jsou dobře zřetelné lopatkové kanály.



1: Kaplanova turbína – rotor

Interakce mezi tekutinou a lopatkami

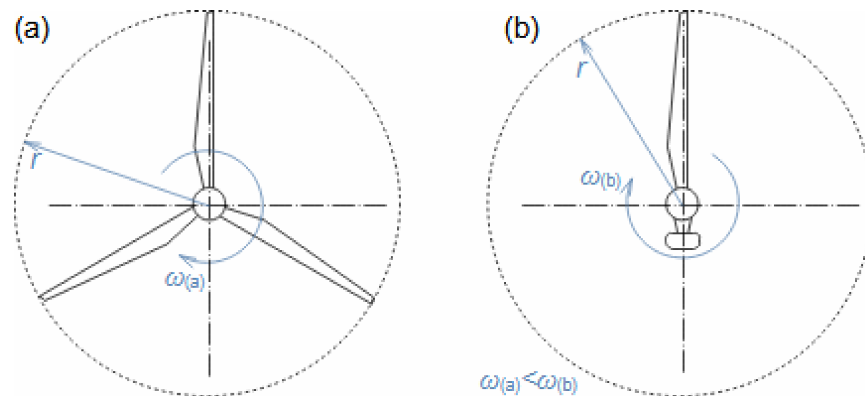
K transformaci energie dochází vlivem vzájemného silového působení mezi pracovní tekutinou a lopatkami. Tyto síly se vytvářejí při transformacích energií uvnitř lopatkových kanálů, přičemž v lopatkových strojích podle typu lze transformovat tlakovou, kinetickou, potenciální a nebo vnitřní tepelnou energii.

Turbíny vs. pracovní stroje

Jestliže pracovní tekutina energii předává rotoru, potom se stroj nazývá turbínou (akční síla je od proudu pracovní tekutiny reakční od lopatek) – stroj koná vnější práci. U čerpadel, turbokompresorů, ventilátorů – zkráceně pracovní stroje – probíhá opačný proces a pracovní tekutina energii získává (akční síla je od lopatek reakční od proudu tekutiny) – stroj vnější práci spotřebovává.

Počet lopatek vs.
otáčky

Princip lopatkového kanálu funguje i u "řidkých" rotorů, respektive i při velké vzdálenosti lopatek, jak dokazují rotory větrných turbín, viz Obrázek 2. Dokonce lze konstruovat i jednolopatkové rotory. Obecně ale platí, že čím menší počet lopatek, tím vyšší otáčky rotoru pro stejnou změnu směru rychlosti v lopatkovém kanálu jako rotoru s větším počtem lopatek, ale nižších otáčkách – jen tak lze se stejnou efektivitou zpracovat proud v celé ploše rotoru.



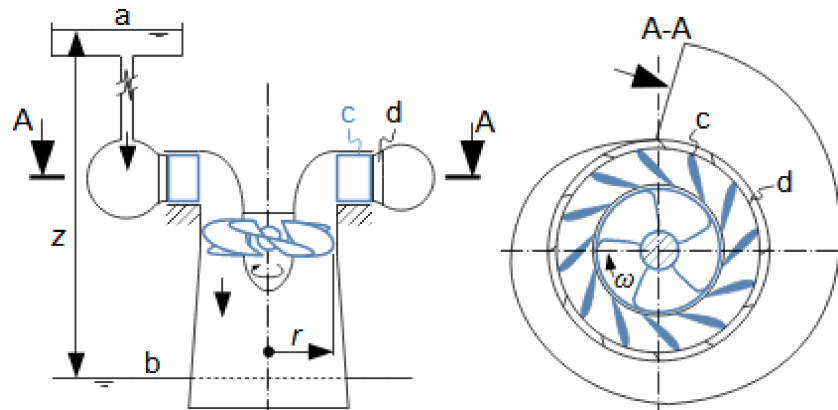
2: Větrná turbína – rotor

ω [$\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$] úhlová rychlost rotoru; r [m] poloměr rotoru.

Princip činnosti lopatkových strojů

Kaplanova turbína

Pro lopatkové stroje je typický rozdíl tlaku před a za strojem (tlakový spád) nebo rozdíl rychlosti pracovní tekutiny popřípadě kombinace obou, jak je typické například pro vodní Kaplanovu turbínu, viz Obrázek 3. Tato vodní turbína obsahuje lopatky i mimo rotor, takové lopatky označujeme jako statorové a jejich účelem je usměrňovat proud pracovní tekutiny pod požadovaným úhlem a rychlostí směrem na rotorovou řadu lopatek. Ve statorové řadě lopatek se také transformuje část tlakové energie vody vodního sloupce nad turbínou na kinetickou energii. Stator (statorové lopatky) obsahuje většina typů lopatkových strojů.

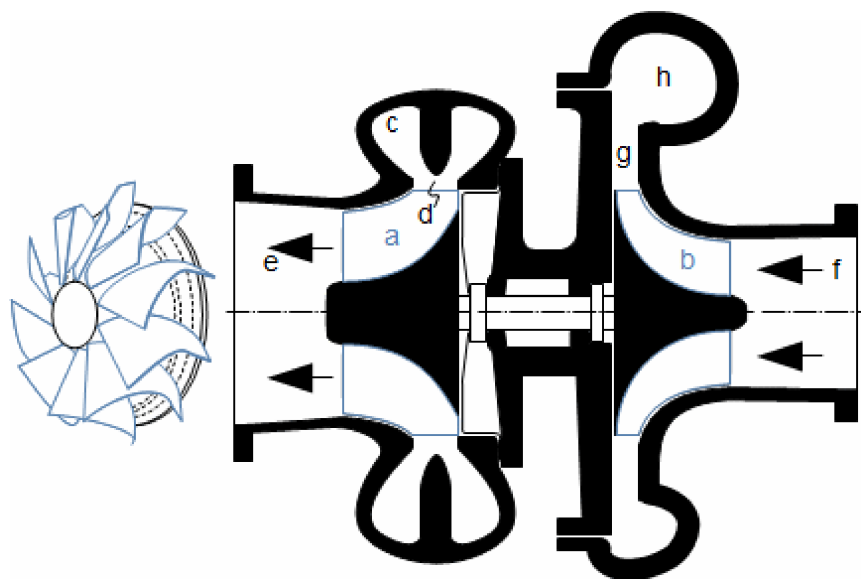


3: Transformace energie v Kaplanově turbíně

a-hladina přítoku; b-hladina odtoku; c-rozváděcí lopatky (stator); d-výztužná mříž spirálního hrdla. z [m] výškový rozdíl mezi hladinami.

Turbodmychadlo

Turbodmychadlo spalovacího motoru je lopatkový stroj se dvěma rotory na společné hřídeli, viz Obrázek 4 – jeden rotor je turbínový a pohání rotor kompresoru, ve kterém se komprimuje vzduch pro motor. V tomto případě spaliny z motoru vstupují do rotoru turbíny přes dvě spirální hrdla, které ustí do bezlopatkového statoru (rozvaděče), který plní stejnou funkci jako lopatkový stator u Kaplanovy turbíny, s tím rozdílem, že při expanzi se spaliny ochlazují, respektive se v tomto případě transformuje i část vnitřní tepelné energie spalin na práci. V kompresorovém rotoru je nasávaný vzduch komprimován a současně i urychlován. Na výstupu z kompresorového kola je bezlopatkový stator (difuzor), jehož úkolem je vzduch rovnoměrně od kola odvést a zpomalit před vstupem do spirálního hrdla – v tomto případě se při kompresi teplota vzduchu zvyšuje, respektive část práce se transformuje na vnitřní tepelnou energii vzduchu.

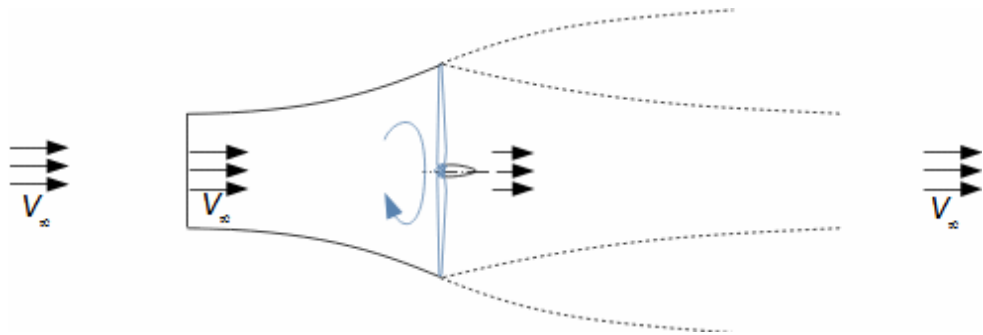


4: Turbodmychadlo

a-rotor turbíny; b-rotor kompresoru; c-zdvojená spirální skříň turbíny; d-bezlopatkový rozvaděč; e-výstup spalin; f-vstup vzduchu; g-bezlopatkový difuzor; h-spirální skříň kompresoru.

Větrná turbína

Kinetickou energii větru lze transformovat na práci pomocí větrné turbíny, viz Obrázek 5. Větrné turbíny nemají skříň, ale proud vzduchu procházející rotorem vytváří proudovou trubici s postupně rostoucím průtočným průřezem, tak jak klesá rychlost proudu vzduchu. Za turbínou se proudová trubice hroutí, protože vzduch uvnitř má nižší energii než okolní vzduch.



5: Větrná turbína

V_∞ [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] rychlost větru před ovlivněnou oblastí turbíny.

Základní typy lopatkových strojů

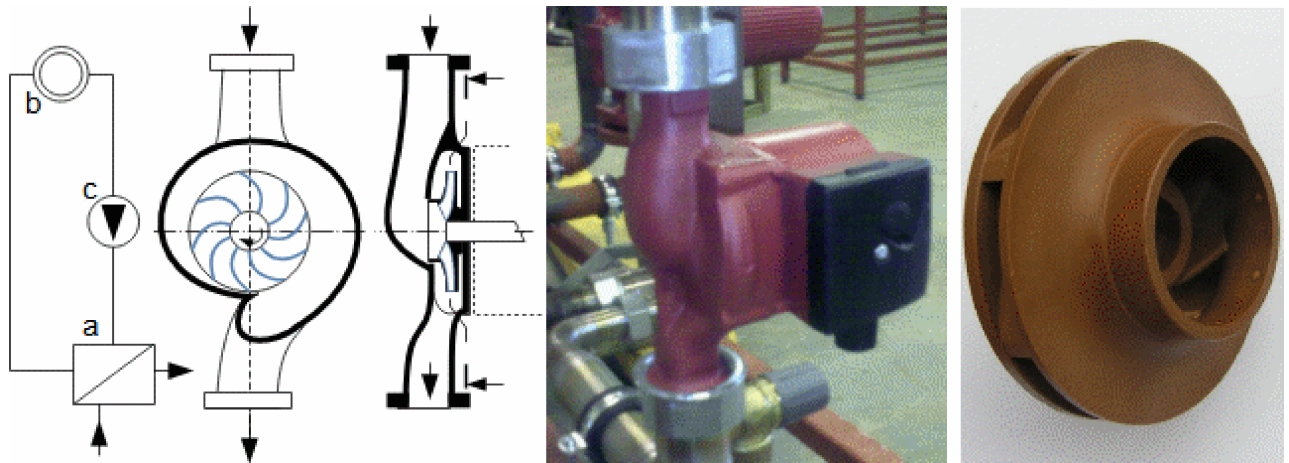
*Postup při návrhu lopatkové stroje nejvíce ovlivňují vlastnosti pracovní tekutiny, přesněji její stlačitelnost. Z tohoto hlediska je výhodné rozlišovat hydraulické a tepelné stroje. U hydraulických strojů (**turbočerpadla**, **vodní turbíny**, **ventilátory**, **větrné turbíny** apod.) je změna hustoty pracovní tekutiny převážně nevýznamná. U tepelných strojů (**turbokompresory**, **parní turbíny**, **plynové turbíny** apod.) se hustota pracovní tekutiny významně mění.*

Turbočerpadla

Čerpadla fungující na principu lopatkového stroje se nazývají turbočerpadla a nebo hydrodynamická čerpadla. Čerpadla jsou stroje sloužící k dopravě a zvyšování tlaku kapaliny. Turbočerpadla lze rozdělit podle pracovních podmínek na cirkulační (oběhová), kondenzátní a napájecí.

Cirkulační čerpadla

Cirkulační čerpadla se používají především k zajištění cirkulace kapaliny v okruhu – překonává tlakové ztráty v okruhu. Energie předaná kapalině v cirkulačním čerpadle je přibližně $100 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$. Příkony mohou být až v jednotkách MW (hlavní cirkulační čerpadlo jaderné elektrárny). Na Obrázku 6 je příklad malého cirkulačního čerpadla s odstředivým neboli radiálním rotorem v monoblokovém provedení, které je zapojeno ve smyčce s tepelným výměníkem a spotřebičem tepla (radiátor). Kapalína v rotoru, působením odstředivých sil, proudí od středu rotoru k jeho obvodu. Z rotoru vystupuje kapalína do spirální skříňe odkud je odvedena na výtlačný konec čerpadla.



6: Cirkulační čerpadlo

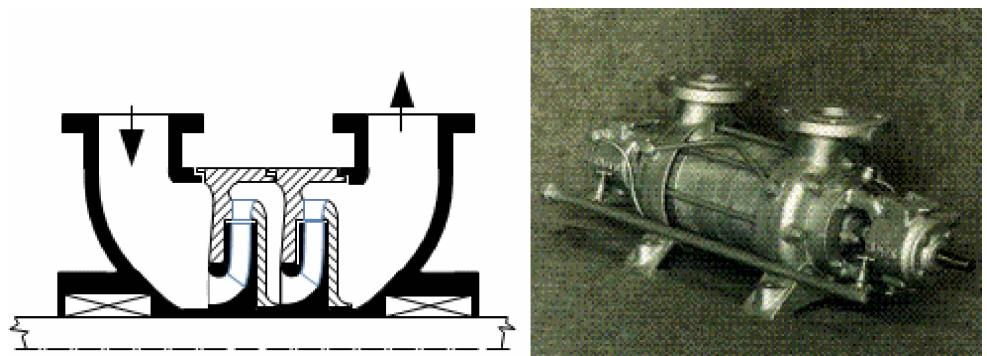
a-teplný výměník; b-spotřebič tepla; c-cirkulační čerpadlo. Rotor je vyroben z PPS (Polyphenylsulfide).

Kondenzátní čerpadla

Kondenzátní čerpadla jsou určena k čerpání kapaliny blízko meze sytosti (např. kondenzátu a zkapalněných plynů). Energie předaná kapalině v kondenzátním čerpadle je vyšší než u cirkulačních čerpadel ($500 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ v případě vody), protože kondenzát je čerpán do vyšších tlaků.

Napájecí čerpadla

Napájecí čerpadla se vyznačují čerpáním kapaliny do vysokých tlaků, kde energie předaná kapalině dosahuje řádově až několika desítek $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ – aby bylo možné předat kapalině takové množství energie, je nutné několika rotorů za sebou, v takových případech hovoříme o vícestupňovém lopatkovém stroji, viz Obrázek 7.



7: Vícestupňové čerpadlo tzv. článkové konstrukce

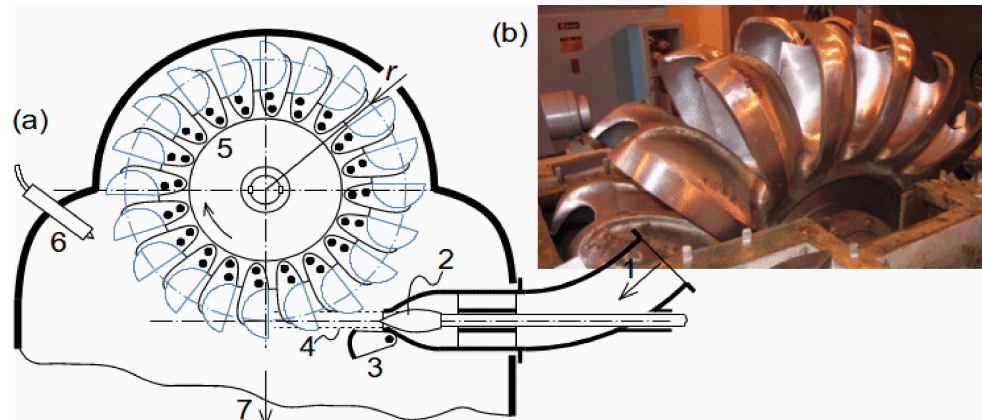
Na fotografii je čerpadlo společnosti Sigma Hranice.

Vodní turbíny

Vodní turbíny patří mezi nejvýkonější typy lopatkových strojů s výkony až 1000 MW. Nejpoužívanější jsou tři typy vodních turbín: Peltonova turbína, Francisova turbína, Kaplanova turbína. Vodní turbína potřebuje konkrétní minimální rozdíl hladin nebo tlaků.

Peltonova turbína

V Peltonově turbíně se nejprve transformuje potenciální energie vody na energii kinetickou v trysce před rotorem. Proud vody z trysky roztáčí rotor při styku s jeho lopatkami, na kterých jim předává svou kinetickou energii, viz Obrázek 8.

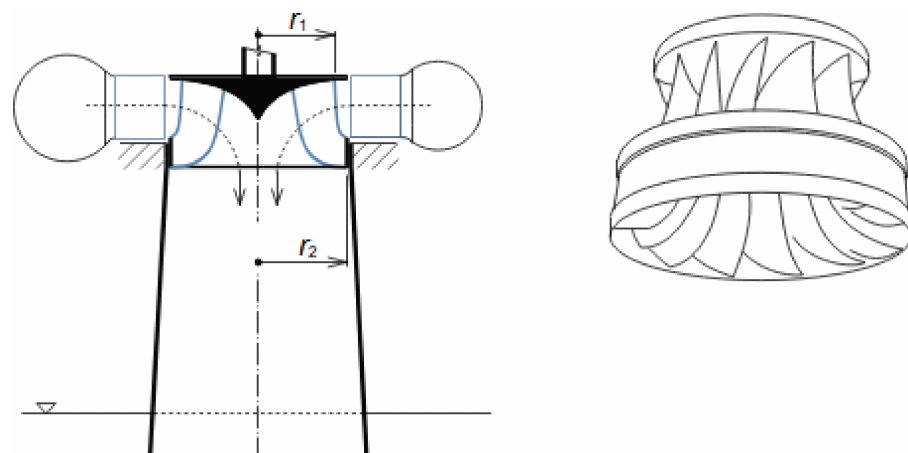


8: Peltonova turbína

(a) základní části Peltonovy turbíny; (b) rotor Peltonovy turbíny o průměru 850 mm a výkonu 980 kW – tato vodní turbína je součástí jaderné elektrárny Temelín, ze které je přiváděna odpadní voda potrubím dlouhým 6,47 km a průměru 700 mm, strojovna turbíny je při hladině řeky Vltavy u vodní elektrárny Kořensko, autorem fotografie je Ing. Jiří Kohout. 1-přívod vody od kulového uzávěru; 2-regulační jehla; 3-odchylovač (deviátor) vodního paprsku; 4-vodní paprsek; 5-lopátky; 6-brzdící tryska (snižuje čas doběhu turbíny při odstavení); 7-odvod vody šachtou.

Francisova turbína

Francisova a Kaplanova turbína jsou si podobné. Před statorovou řadou lopatek je tlak vody odpovídající vodnímu spádu. Ve statoru dochází k urychlení proudu vody (v důsledku zúžení kanálů, které statorové lopatky vytváří) a k poklesu tlaku. Proud vody vstupuje do lopatkových kanálů rotoru, který roztáčí. Statorové lopatky jsou natáčivé, což umožňuje regulaci výkonu, viz Obrázek 9. Rotorové lopatky Francisových turbín jsou pevné, takže tvar lopatkových kanálů nelze měnit natáčením lopatek jako u Kaplanových turbín, viz Obrázek 1.



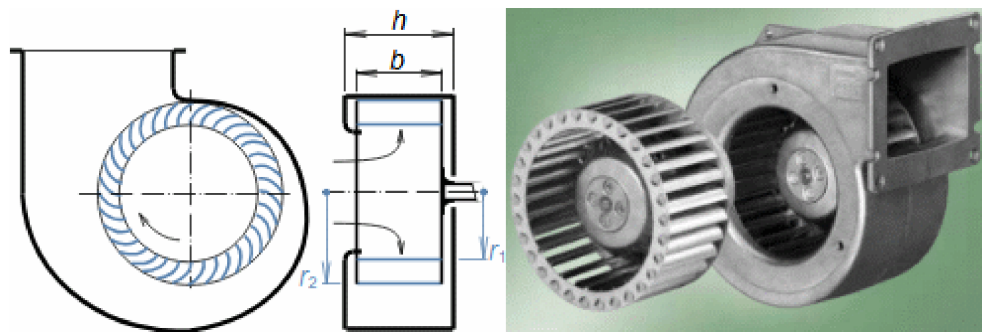
9: Francisova turbína

Ventilátory

Ventilátory se používají k dopravě a k malému zvýšení tlaku plynů, při kterém nedochází k výrazným změnám hustoty. Podle zvýšení celkového tlaku se ventilátory rozdělují na nízkotlakové (0 do 1 kPa), středotlaké (do 3 kPa) a vysokotlaké (nad 3 kPa).

Nízkotlakový radiální ventilátor

Na Obrázku 10 je schématický řez nízkotlakého radiálního ventilátoru s dopředu zahnutými lopatkami se spirální hrdlem. V tomto případě je v rotoru zvyšována pouze rychlost pracovního plynu, protože lopatkové kanály mají konstantní průtočný průřez, tlak pracovního plynu je možné zvýšit v difuzorovém kanálu připojeného za výstupem ze spirální skříně.



10: Radiální nízkotlaký ventilátor

b [m] šířka rotoru; h [m] šířka spirální skříně. Ventilátor společnosti ebmpapst, skříně odlita ze slitiny hliníku.

Větrné turbíny

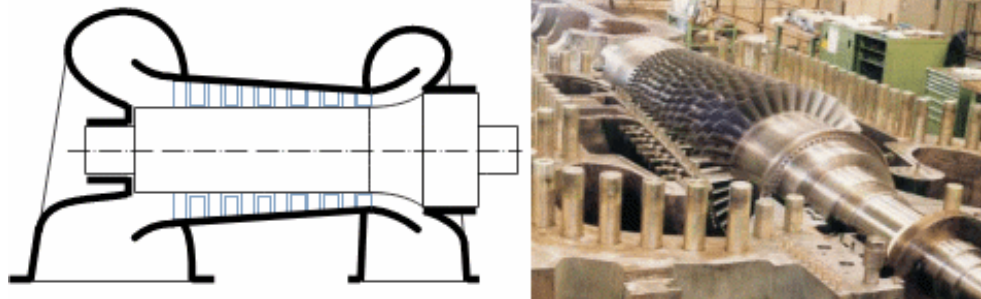
Stroje bez skříně obsahující jen rotor se také nazývají vírovými stroji, protože za rotorem musí být vždy vír. Mezi stroje bez skříně patří větrné turbíny (Obrázek 11), letecké vrtule nebo lodní šrouby. Stroje bez skříně dokáží zpracovat jen malé změny tlaku, protože by to vedlo k nestabilitě proudové trubice rotoru, viz Obrázek 5.



11: Rotor větrné elektrárny Vestas V90 s výškou sloupu 105 m, průměrem rotoru 90 m a instalovaným výkonem 2 MW. Drahaný (CZ).

Turbokompresory

V turbokompresorech probíhá komprese plynů nebo par, respektive zvýšení tlakové energie, a jestliže komprese není chlazená, tak i ke zvýšení vnitřní tepelné energie v důsledku zvýšení teploty. Kinetická energie plynu se transformuje na entalpii v difuzorových lopatkových kanálech. Pro vyšší stlačení se používají vícestupňové turbokompresory, viz Obrázek 12.



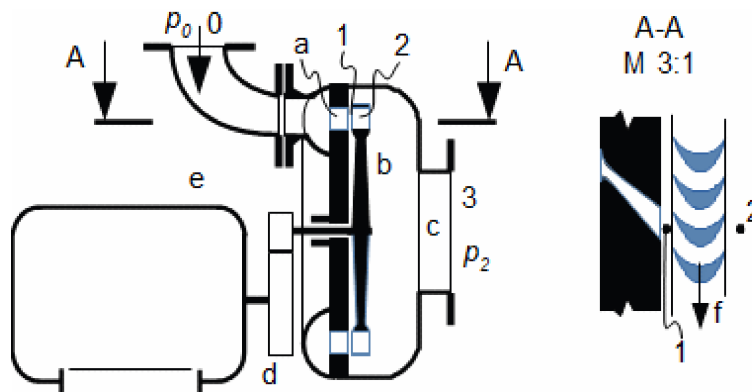
12: Vícestupňový turbokompresor
General Electric Company.

Parní turbíny

V parní turbíně expanduje nejčastěji vodní pára do nižšího tlaku a přitom probíhá transformace její entalpie na práci. Parní turbíny se používají k výrobě elektřiny v tepelných a jaderných elektrárnách a v průmyslových závodech disponujících zdrojem páry.

Expanze páry

Na Obrázku 13 je řez Lavalovou parní turbínou, za účelem popisu její funkce. Pára ze stavu 0 expanduje do stavu 1 ve statoru ve tvaru Lavalovy trysky, ve které se entalpie transformuje na energii kinetickou. Proud páry následně vstupuje do lopatkových kanálů rotoru, ve kterých dochází k transformaci kinetické energie páry na práci. Vykonaná práce je tedy rozdílem kinetických energií před a za rotorem.

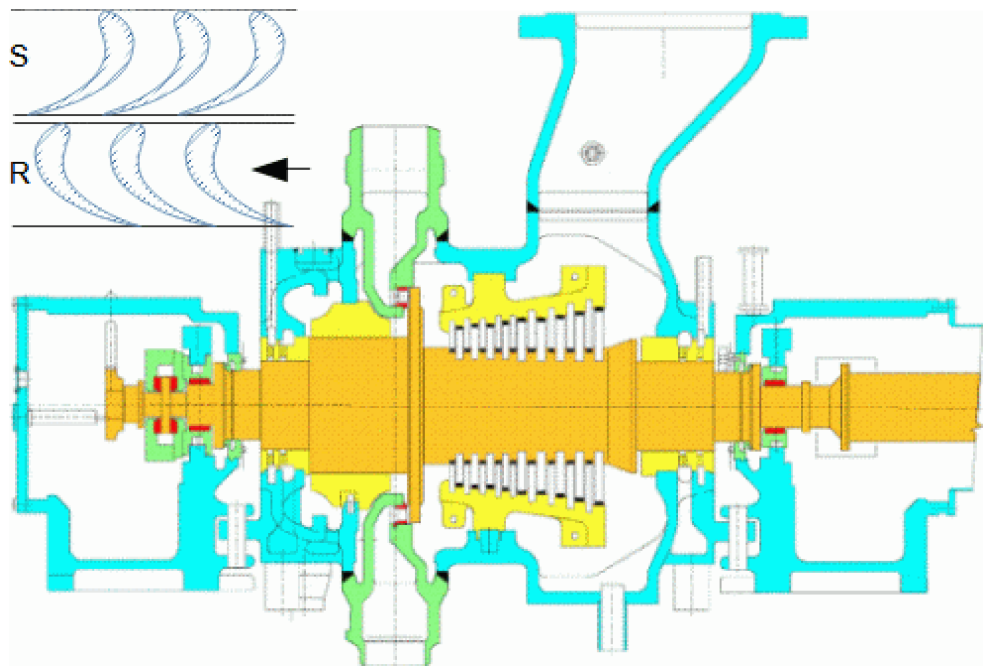


13: Lavalova turbína (jednostupňová parní turbína)

a-tryska („dýzové kolo“ má obvykle po obvodu několik trysek pro vyšší průtok a výkon); b-rotor; c-výtokové hrdlo; d-převodovka; e-el. generátor; f-směr otáčení rotoru. 0-vtok páry; 1-mezera mezi rotorem a tryskou; 2-výtok páry z rotoru; 3-výtok páry, p [Pa] tlak.

Vícestupňová parní turbína

Větší rozdíly entalpií je výhodnější zpracovávat více stupni ve vícestupňové turbíně. Každý stupeň obsahuje satorovou řadu lopatek připevněných ke skříni (vytváří řadu trysek rozmístěných po celém obvodu) a rotorovou řadu lopatek, viz Obrázek 14.

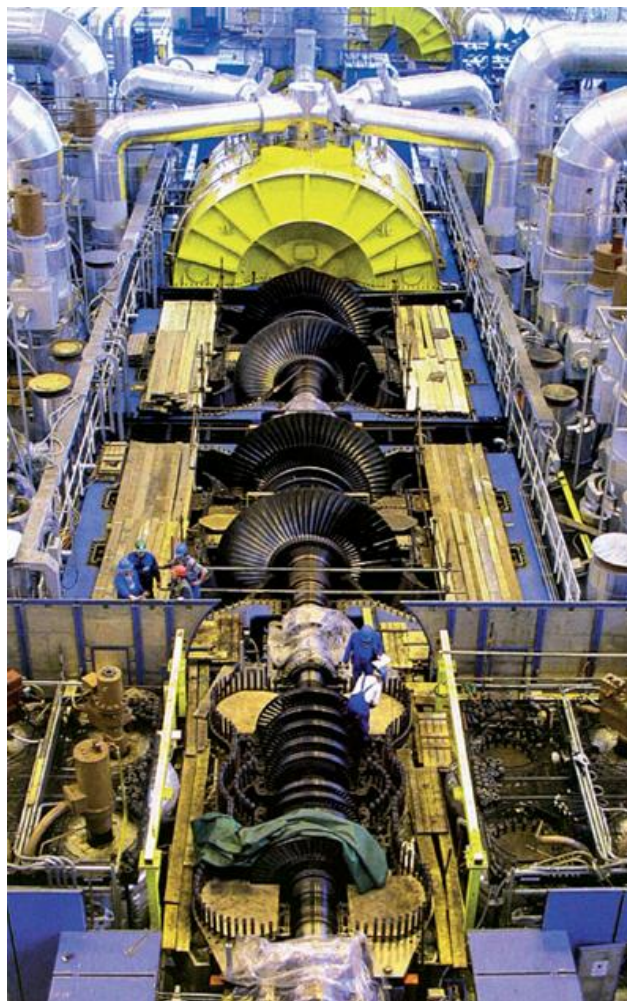


14: 6 MW 10-stupňová parní turbína

9980 min⁻¹, vstupní parametry: 36,6 bar, 437 °C, výtokový tlak páry 6,2 bar. S- satorová řada lopatek; R-rotorová řada lopatek. Alstom, provinience Brno (CZ).

Vícetělesové turbíny

Turbíny velkých výkonů se rozdělují na několik menších turbín (těles) – tak se řeší problém velké vzdálenosti ložisek v případě vícestupňů nebo problém velkého objemového průtoku. Tělesa turbíny se řadí za sebe spojené spojkami, nebo vedle sebe bez spojek, přičemž rozvody páry mohou být mezi tělesy provedeny sériově i paralelně, takové turbíny se označují jako vícetělesové turbíny, viz Obrázek 15.

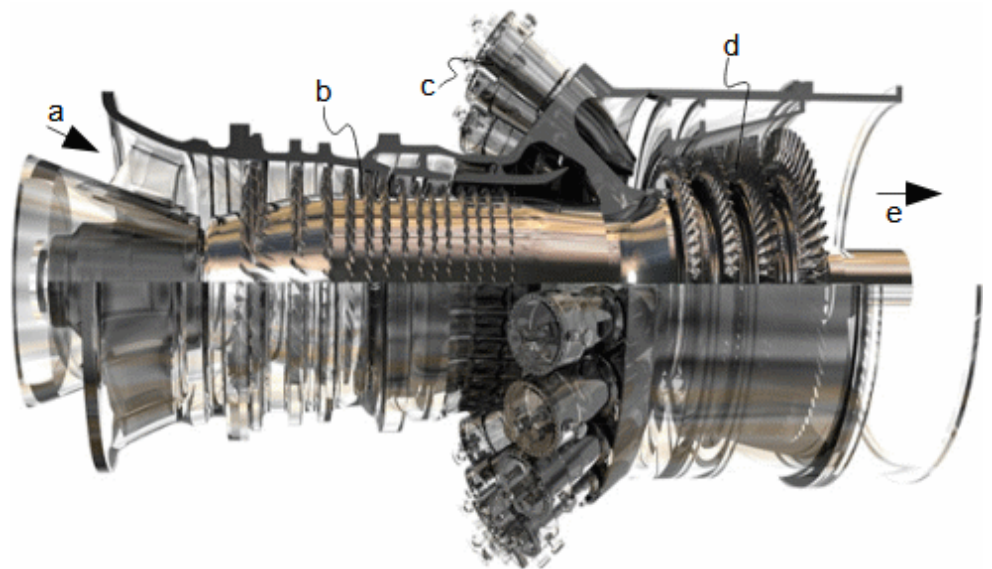


15: Čtyřtělesová parní turbína v jaderné elektrárně Temelín

Délka hřídele je 63 m (včetně hřídele el. generátoru), délka rotačních částí 59,035 m při hmotnosti 326,4 t (délka rotoru turbíny 36,46 m při hmotnosti 240 t), z toho 93 t váží rotor jedné nízkotlaké části (celková hmotnost soustrojí 2000 t). 1x vysokotlaké těleso, 3x nízkotlaké těleso. Poslední těleso turbíny je i s víkem. Vyrobita Škoda.

Plynové turbíny

Pracovní tekutinou plynových turbín je plyn nebo spaliny. Nejčastěji se používají tzv. spalovací turbíny se spalovací komorou. Spalovací turbíny obsahují, podobně jako turbodmychadla, turbokompresorovou část a turbínovou část. Na Obrázku 16 je řez spalovací turbínou pro ilustraci konstrukce a funkce takové turbíny. V turbokompresoru je komprimován nasátý vzduch. Ve spalovací komoře probíhá hoření paliva a komprimovaného vzduchu. Při spalování vznikají horké spaliny (plyn), které pohání turbínovou část spalovací turbíny. Výkon turbínové části je využit pro pohon turbokompresoru (větší část výkonu) a elektrického generátoru nebo jiného zařízení.



16: Spalovací turbína GE-9F series

a-sání vzduchu; b-kompresorové stupně; c-spalovací komory; d-turbínové stupně; e-výstup spalin. Výstupní výkon 300 MW.

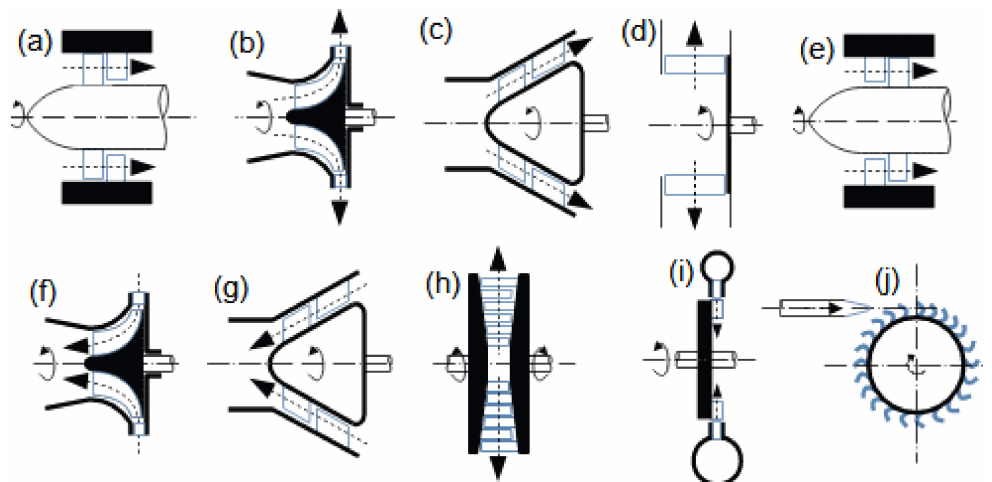
Turbokompresorové motory

Spalovací turbíny se nepoužívají pouze pro výrobu elektřiny, ale používají se i pro pohon proudových motorů – v takovém případě je výkon turbínové části roven příkonu turbokompresoru a zbytek entalpického spádu obsažený ve spalinách je využit pro expanzi v trysce motoru a na reakčním principu vytváří tah (letecké motory se spalovací turbínou se označují jako turbokompresorové).

Názvosloví meridiánových směru proudění

Axiální, radiální, diagonální a tangenciální stupně

Rozdělení stupňů lopatkových strojů podle směru proudění tekutiny vzhledem k ose rotoru (Obrázek 17 – čtyři hlavní směry neboli meridiánové směry: axiální, radiální, diagonální a tangenciální) informuje o základním konstrukčním řešení stroje i o jeho vlastnostech.



17: Stupně lopatkových strojů podle směru meridiánového proudění

(a) až (d) jsou stupně pracovních strojů; (e) až (j) jsou stupně turbín. (a) axiální; (b) radiální s axiálním vstupem; (c) diagonální; (d) radiální (odstředivý); (e) axiální; (f) radiální s axiálním výstupem; (g) diagonální; (h) radiální, (v tomto případě s protiběžnými rotory); (i) radiální (dostředivý); (j) tangenciální (Peltonova turbína).

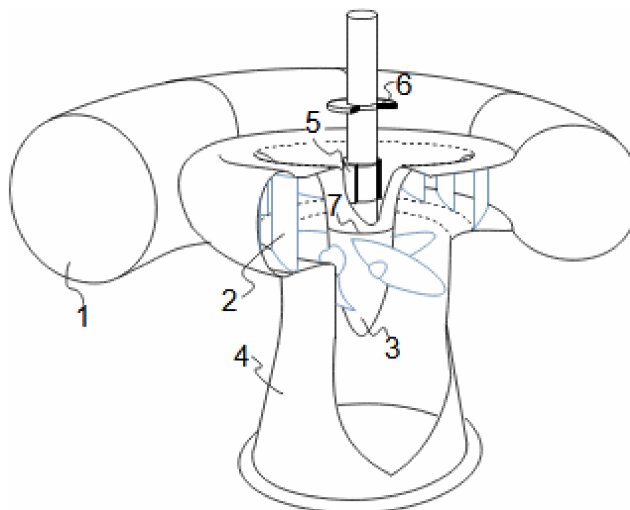
Měrné otáčky

Každý směr proudění dává stupni lopatkového stroje jiné vlastnosti a nejvhodnější typ pro danou aplikaci se proto určuje pomocí jeho měrných otáček a pracovních parametrů.

Společné konstrukční znaky lopatkových strojů

Průtočné a strojní části

Lopatkové stroje obsahují průtočné a strojní části. Kromě rotoru většina lopatkových strojů obsahuje také vstupní a výstupní průtočné části (hrdla), skříň, ložiska, hřídelové ucpávky apod. Často mají regulaci kvality a kvantity (množství) tekutiny. Na Obrázku 18 je řez Kaplanovou turbínou, která obsahuje většinu těchto částí.



18: Konstrukční části Kaplanovy turbíny

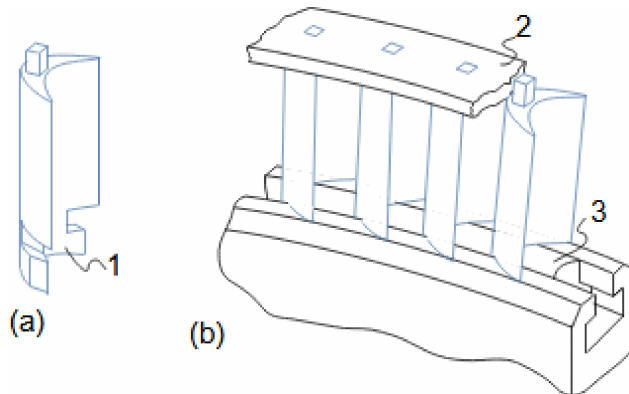
1-vstup vody do turbíny přes spirální skříň (vstupní hrdlo); 2-statorové lopatky (natáčivé pro regulaci průtoku); 3-rotor (natáčivé lopatky pro regulaci účinnosti); 4-savka (výstupní část neboli výstupní hrdlo); 5-radiální ložisko (zachytává síly kolmé na osu otáčení); 6-axiální ložisko (zachytává síly rovnoběžné s osou otáčení); 7-ucpávka rotoru (průchod hřídele skříně).

Lopatky

Lopatky jsou nejčastěji vyráběny jednotlivě a do rotoru a statoru se vkládají do jedné řady. Řadu lopatek také označujeme jako **lopatkovou mříž**. Lopatky se připevňují pomocí jejich **závěsů** nebo jiným způsobem. Zobrazení válcového řezu na určitém poloměru lopatkové mříže se označuje jako **profilová mříž** a jsou z ní dobře patrné tvary lopatkových kanálů.

Lopatková mříž

Lopatky v lopatkové mříži vytváří řadu kanálů požadovaných rozměrů a tvarů, viz Obrázek 19. Některé lopatkové stroje mají v mříži natáčivé lopatky (natáčení umožňuje měnit velikost průtočného průřezu případně ho zcela uzavřít), např. Kaplanova turbína. Na špičce lopatek se v některých případech umísťuje bandáž.

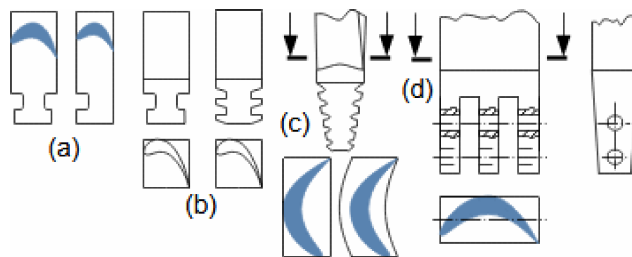


19: Příklad skladby rotorového disku jednostupňové parní turbíny (Lavalova turbína)

(a) lopatka; (b) vytvoření kanálů pomocí lopatek (lopatkový kanál); 1-závěs lopatky (u prizmatických lopatek se používá i pojem nožka); 2-bandáž (nemusí být vždy); 3-mezerník.

Závěsy lopatek

Závěs lopatky (Obrázek 20) fixuje lopatku v rotoru nebo ve statoru a zachycuje síly působící na lopatku, což jsou zejména odstředivá síla a síly na lopatku od proudu tekutiny (největší zatížení snese rozvidlený závěs, Obrázek 20d). Závěs musí mít i dobrou tlumící funkci. Menší vlastní frekvence kmitání mají závěsy, do kterých je integrován i mezerník (díl, který se vkládá mezi sousední lopatky, aby byly od sebe v požadované vzdálenosti), nebo dokonce na jednom velkém závěsu je integrováno několik lopatek (vyrobena z jednoho kusu nebo je několik lopatek i se závěsy k sobě svařeno apod.). Závěs musí být odolný otlačení, aby časem nedošlo k jeho uvolnění z drážek.

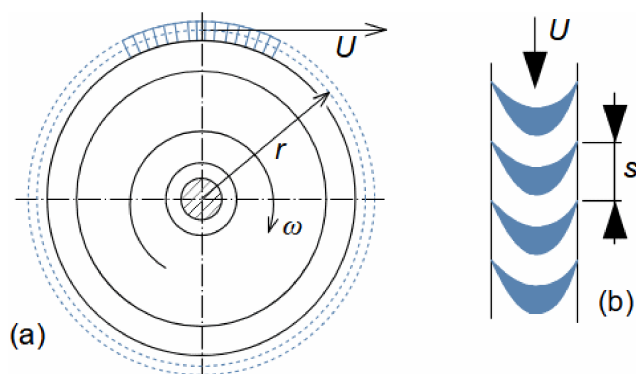


20: Základní typy závěsů lopatek

(a) příklady tvarů závěsů lopatek běžných u tažených polotovarů; (b) T nožka a vícenásobné uchycení typická pro frézované profily (použití převážně do bubnových rotorů); (c) stromečkový závěs (tento typ a typ (c) se používají u diskových rotorů); (d) rozvidlené závěsy s kolíky. Lopatky se závěsem typu (a) a (b) se zasouvají do drážek rotoru tangenciálně tak, jak naznačuje Obrázek 19, lopatky se závěsem typu (c) se vsunují na disk axiálně.

Profilová mříž

Řez lopatkovou mříží se nazývá profilová mříž (viz Obrázek 21). Jak je z profilové mříže patrné, velikost lopatkových kanálů, respektive vzájemná vzdálenost lopatek neboli rozteč, závisí na poloměru, na kterém provedeme řez. V tomto případě jsou lopatky krátké vzhledem k průměru a změna rozměrů není patrná, jedná se o tzv. přímou neboli prizmatickou lopatku. Pro vyšší účinnost zejména delších lopatek se používají tzv. zkroucené lopatky – po délce se mění jejich tvar a velikost (např. Obrázky 1, 12, 11). Přímé lopatky se používají často u radiálních strojů nebo jako krátké lopatky u axiálních strojů.

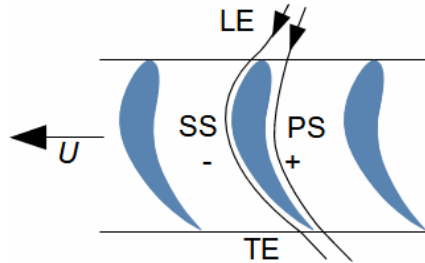


21: Rotorový disk Lavalovy turbíny

(a) rotor turbíny osazený lopatkami; (b) rozvinutý válcový řez lopatkovými kanály na poloměru r (profilová mříž). r [m] střední poloměr lopatek; s [m] rozteč lopatkové mříže; U [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] obvodová rychlost na poloměru r .

Popis Profilu lopatky

Na Obrázku 22 jsou vyznačeny názvy jednotlivých částí profilu, které jsou odvislé od tvaru a orientaci profilu v mříži. Vstupní hrany profilů označujeme jako nátokové hrany LE (leading edge), výstupní hrany odtokovou hranou profilu TE (trailing edge). Podél zakřivených ploch profilu se mění tlak (viz Aerodynamika profilů [Škorpík, 2025]) – stranu profilu s nižším tlakem označujeme jako sací stranu profilu SS (suction surface) a stranu s vyšším tlakem jako přetlakovou stranu profilu PS (pressure surface).



22: Základní názvosloví profilu lopatky

LE-nátoková hrana; TE-odtoková hrana; SS-sací strana; PS-přetlaková strana. u [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] obvodová rychlost na daném poloměru lopatek.

Energetická rovnováha lopatkového stroje

Vnitřní výkon

Jedním z hlavních parametrů lopatkového stroje je jeho vnitřní výkon. Vnitřní výkon je výkon pracovní tekutiny protékající lopatkovým strojem a je definován jako součin jeho vnitřní práce a hmotnostního toku, viz Rovnice 23. Nejedná se tedy o výkon indikovaný na hřídeli stroje, ten ovlivňují ještě ztráty v mechanismech stroje. Jestliže pracovní tekutina práci spotřebovává (pracovní stroj), bude práce záporná a tedy i hodnota P_i , ale obvykle se záporné znaménko neuvádí a použije se výraz "vnitřní příkon".

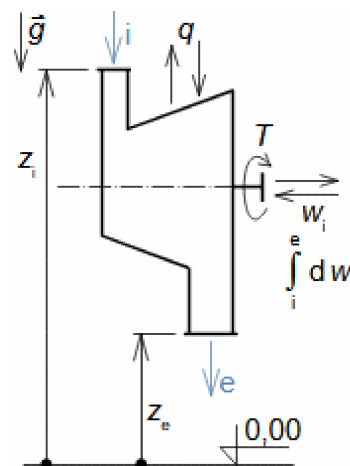
$$P_i = w_i \cdot \dot{m}$$

23: Vnitřní výkon lopatkového stroje

P_i [W] vnitřní výkon/příkon lopatkového stroje; w_i [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] vnitřní práce lopatkového stroje; \dot{m} [$\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$] průtok pracovní tekutiny lopatkovým strojem.

Vnitřní práce

Pro výpočet vnitřní práce lopatkového stroje lze použít rovnici prvního zákona termodynamiky pro otevřený systém, viz Rovnice 24. Tato rovnice zohledňuje všechny transformace energií v pracovní tekutině, ke kterým v lopatkovém stroji může dojít – může konat/spotřebovávat práci, může být ohřívána či ochlazována (teplo lze sdílet s pracovní tekutinou přes stěny stroje nebo teplo uvolňovat v pracovní tekutině např. chemickou reakcí), takže se může měnit entalpie, kinetická i potenciální energie pracovní tekutiny.



$$dw_i = dq - du - d(p \cdot v) - \frac{dV^2}{2} - g \cdot dz$$

$$\int_i^e dw_i = w_i = q + (u_i - u_e) + \left(\frac{p_i}{\rho_i} - \frac{p_e}{\rho_e} \right) + \frac{V_i^2 - V_e^2}{2} + g(z_i - z_e) =$$

$$= q + \underbrace{\left(h_i + \frac{V_i^2}{2} \right)}_{h_{s,i}} - \underbrace{\left(h_e + \frac{V_e^2}{2} \right)}_{h_{s,e}} + \underbrace{g \cdot (z_i - z_e)}_{\Delta e_p}$$

24: První zákon termodynamiky pro otevřený systém

ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$] hustota; g [$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$] gravitační zrychlení; u [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] vnitřní tepelná energie; q [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] teplo pracovní tekutiny sdílené s okolím (kladná hodnota: teplo je do stroje dodáváno; záporná hodnota: teplo je ze stroje odváděno); h [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] entalpie (statická); h_s [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] celková entalpie tekutiny; e_p [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] potenciální energie pracovní tekutiny; T [$\text{N} \cdot \text{m}$] kroučící moment na hřídeli. Index $_i$ označuje vstup, index $_e$ výstup ze stroje. Toto schéma energetické bilance otevřeného systému je převzato z článku Technická termomechanika [Škorpík, 2024].

*Vnitřní práce
hydraulických strojů*

Speciální tvar prvního zákona termodynamiky pro nestlačitelnou tekutinu se označuje jako Bernoulliho rovnice, viz [Rovnice 25](#) a používá se ho pro výpočet hydraulických strojů. V takovém případě jsou přijatelné transformace pouze tlakové, kinetické a potenciální energie a transformace jiných druhů energií jsou brány jako vnitřní ztráty – proto se součet tlakové, kinetické a potenciální energie kapaliny nazývá celková energie kapaliny.

$$w_i = q + \frac{p_i}{\rho} + \frac{V_i^2}{2} - \frac{p_e}{\rho} - \frac{V_e^2}{2} + g \cdot (z_i - z_e) + (u_i - u_e) =$$

$$= \underbrace{\left(\frac{p_i}{\rho} + \frac{V_i^2}{2} + g \cdot z_i \right)}_{H_i} - \underbrace{\left(\frac{p_e}{\rho} + \frac{V_e^2}{2} + g \cdot z_e \right)}_{H_e} - L_w \quad -L_w = q + (u_i - u_e)$$

25: Bernoulliho rovnice

H [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] celková energie kapaliny (Head); L_w [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] vnitřní ztráty na práci stroje.

*Vnitřní práce tepelných
strojů*

V tepelných strojích lze transformovat jakýkoliv druh výše uvedených energií, nicméně vliv změn potenciální energie bývá nevýznamný. Také se nerozlišuje vliv změn tlakové energie a vnitřní tepelné energie pracovní tekutiny a místo toho se pracuje s veličinou entalpie, takže První zákon termodynamiky pro otevřený systém se používá pro tyto případy ve tvaru [Rovnice 26](#).

$$w_i = h_{s,i} - h_{s,e} + q$$

26: Měrná vnitřní práce tepelného lopatkového

Vnitřní ztráty

Při transformaci energie v lopatkové stroji vznikají vnitřní ztráty označované symbolem L_w . Vnitřní ztráta je část energie transformována na jinou než požadovanou a vzniká například při vnitřním tření pracovní tekutiny, při míchání studených a teplých proudů, sdílení tepla mezi proudy, při víření apod. Vnitřní ztráta se projevuje větší hodnotou vnitřní tepelné energie (entalpie) a entropie pracovního tekutiny na výstupu ze stroje, oproti případu ideální transformace energie v lopatkovém stroji, viz Úloha 2. To znamená, že vnitřní ztráty jsou rozdílem mezi ideální vnitřní prací stroje a skutečnou vnitřní prací stroje, viz Vzorec 27, kde vnitřní ideální práce stroje je práce stroje bez vnitřních ztrát (proto index w u písmene L). Ideální práce hydraulických strojů odpovídá hodnotě změně celkové energie kapaliny ($w_i = \Delta H$). Ideální práci tepelných strojů bývá izoentropická w_{is} nebo polytropická vratná změna w_{pol} .

$$L_w = w_{id} - w_i$$

27: Vnitřní ztráty lopatkového stroje

w_{id} [$J \cdot kg^{-1}$] ideální vnitřní práce lopatkového stroje.

Vnitřní účinnost

Vnitřní účinnost η_i definuje efektivitu transformace energie uvnitř stroje porovnáním skutečné vnitřní práce stroje w_i s vnitřní ideální prací stroje w_{id} , viz Vzorec 28(a, b).

$$(a) \eta_i = \frac{w_i}{w_{id}} \quad (b) \eta_i = \frac{w_{id}}{w_i}$$

28: Vnitřní účinnost lopatkového stroje

(a) vnitřní účinnost turbín; (b) vnitřní účinnost pracovních strojů. η_i [1] vnitřní účinnost.

Speciální pojmy

Je zvykem nazývat vnitřní účinnost hydraulických strojů jako hydraulickou účinnost a u tepelných strojů jako vnitřní termodynamickou účinnost a u větrných turbín a vrtulí se vynechává slovo "vnitřní".

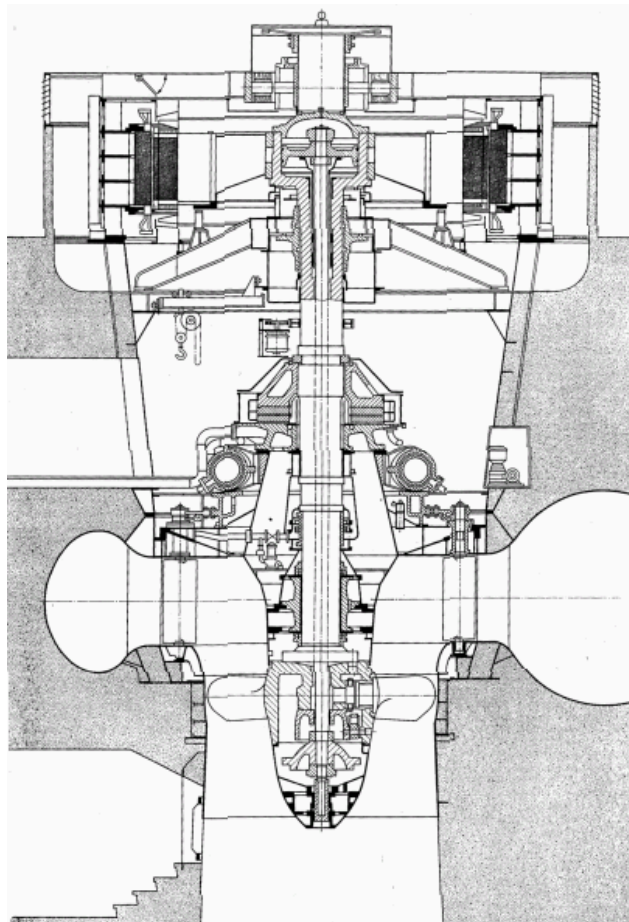
Uplatnění energetických bilancí

Výše uvedené speciální rovnice lze použít při návrhu stroje či jeho stupně, pro kompletní energetické bilance technologických celků i pro orientační výpočty základních parametrů stroje, jak ukazují Úlohy 1 a 2.

Turbosoustrojí

Definice turbosoustrojí

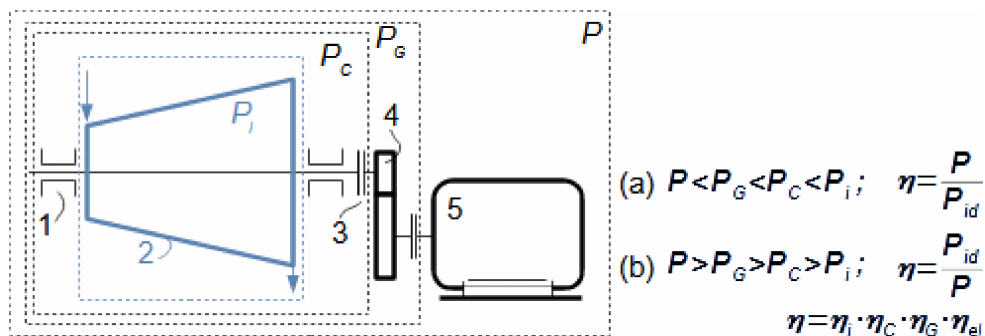
Lopátkové stroje jsou vždy spojeny s nějakým dalším strojem (např. turbína/generátor, čerpadlo/motor apod.). Sestavy strojů s lopátkovým strojem se nazývají turbosoustrojí, viz Obrázek 29.



29: Turbosoustrojí Kaplanovy turbíny a turbogenerátoru
Vyrobitel společnost Voith [Miller et al. s. 591].

Energetická rovnováha turbosoustrojí

Na Obrázku 30 je typické schéma turbosoustrojí obsahující mimo lopátkový stroj ještě převodovku a elektrický generátor. Na tomto obrázku je také vyznačen indikovaný výkon v jednotlivých částech soustrojí, který se postupně od vnitřního výkonu stroje (výkon pracovní tekutiny v průtočné části) snižuje ztrátami v jednotlivých částech soustrojí, viz Úloha 3.



30: Účinnost turbosoustrojí a jeho příkon/výkon

(a) výkon soustrojí; (b) příkon soustrojí. 1-ložiska stroje; 2-vnitřní prostor stroje; 3-spojka; 4-převodovka; 5-generátor/pohon. P_C [W] výkon/příkon na spojce; P_G [W] výkon/příkon za převodovkou; P [W] výkon/příkon na svorkách generátoru/pohonu; P_{id} [W] ideální výkon soustrojí – veškeré transformace energie v turbosoustrojí probíhají beze ztrát; η [1] účinnost turbosoustrojí; η_C [1] mechanická účinnost lopatkového stroje; η_G [1] účinnost převodovky; η_{el} [1] účinnost generátoru/motoru.

Štítek turbosoustrojí

Parametry turbosoustrojí se uvádějí na jeho štítku. Na tomto štítku je uveden jmenovitý výkon P_n (referenční výkon, obvykle maximální) a optimální výkon P_{opt} , při kterém dosahuje soustrojí maximální účinnosti.

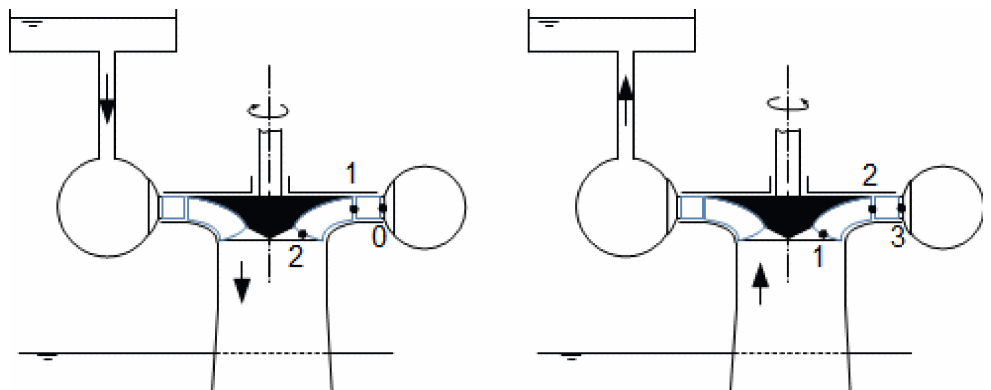
Smluvní parametry

Údaj o účinnosti soustrojí a jeho výkon je důležitým smluvním parametrem. Stejně důležité jsou účinnosti jednotlivých komponent soustrojí pro smlouvu uzavřenou mezi subdodavatelem a finálním dodavatelem soustrojí, aby bylo možno dohledat, který ze subdodavatelů nesplnil technická kritéria, pokud by soustrojí jako celek nesplňovalo parametry ve smlouvě.

Stupeň lopatkového stroje

$I_{st} = \text{Stator} + \text{Rotor}$

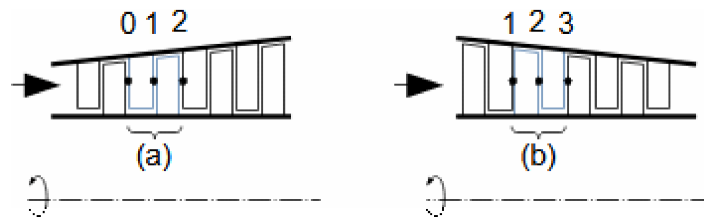
Stupeň lopatkového stroje obsahuje stator (statorová řada lopatek) a rotor (rotorová řada lopatek). Na Obrázku 31 je vyznačen stupeň Francisovy čerpadlové turbíny (reverzní turbína) jako příklad skladby stupně lopatkového stroje. Stupeň turbíny je tvořen nejprve statorovou řadou lopatek pak rotorovou, u pracovních strojů je to obráceně.



31: Stupeň lopatkového stroje

*Indexace stavů
pracovní tekutiny*

Energie tekutiny se může transformovat na práci pouze v rotoru, proto se pro stav pracovní tekutiny používá index 1 před rotorem a index 2 za rotorem. U turbín se stav tekutiny před statorem označuje indexem 0. U pracovních strojů se stav tekutiny za statorem označuje indexem 3. U vícestupňových strojů je způsob značení v rámci jednoho stupně zcela totožný, viz Obrázek 32.

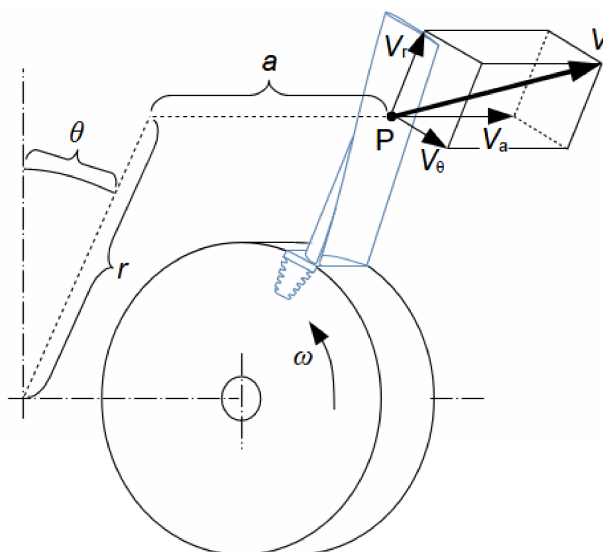


32: Příklad označení stavu pracovní tekutiny u vícestupňového lopatkového stroje (podélný řez)
(a) stupeň turbíny; (b) stupeň turbokompresoru.

Rychlostní trojúhelník stupně

Absolutní rychlost

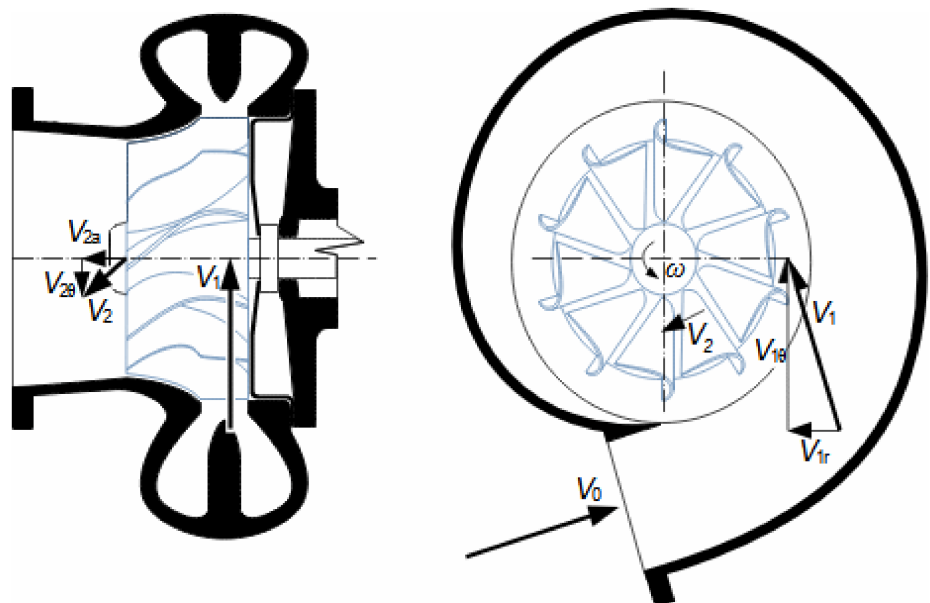
V Rovnicích 25 a 26 energetické bilance aplikované na stupeň vystupují rychlosti V před a za lopatkovou řadou. Rychlost tekutiny V se nazývá absolutní a může mít průmět do tří směrů v pevné soustavě souřadnic. V případě lopatkových strojů se používá pro označení těchto složek válcová soustava souřadnic, která je pro popis pohybu kolem osy přehlednější než pravoúhlá soustava souřadnic, jak ukazuje Obrázek 33.



33: Absolutní rychlost ve válcové soustavě souřadnic
P-bod, ve kterém vyšetřujeme rychlost V ; θ [°] úhel průvodiče.

Složky absolutní rychlosti

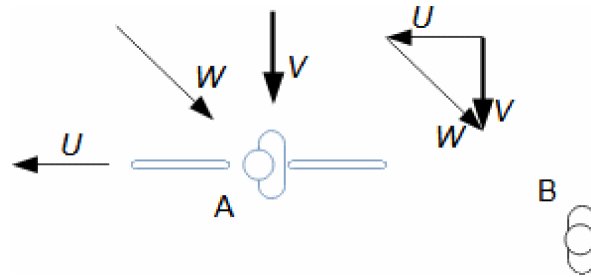
Složka rychlosti kolmá na axiální směr se nazývá radiální-r, složka rychlosti ve směru rotace se nazývá obvodová- θ a složka rychlosti ve směru osy se nazývá axiální-a. Absolutní rychlost je tedy vektor $\vec{V} = (V_r, V_\theta, V_a)$, v dalším textu není pro přehlednost šipka označující vektor znázorňována. Na Obrázku 34 je příklad absolutních rychlostí pracovního plynu před a za rotorem turbíny turbodmychadla a jejich složek podle navržené orientace válcové soustavy souřadnic.



34: Příklad absolutních rychlostí v okolí rotoru turbíny turbodmychadla

Relativní rychlost

Absolutní rychlost tekutiny V je vektorovým součtem relativní rychlosti tekutiny W a obvodové rychlosti U na vyšetřovaném poloměru lopatek. Relativní rychlost tekutiny W je rychlost tekutiny pozorována pozorovatelem, který se pohybuje s rotorem stupně. Relativní rychlost může mít tři prostorové složky. Za účelem objasnění pojmu relativní rychlost je zde Obrázek 35, na kterém je pohybující se cyklista A rychlostí U a nehybný pozorovatel B. Zatím co nehybný pozorovatel pozoruje absolutní směr a velikost větru V , tak cyklista pozoruje směr i velikost větru W , kterou označujeme jako relativní, tj. vztaženou k pohybujícímu se bodu vzhledem k referenčnímu (nehybnému) bodu.



35: Relativní rychlost

U [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] rychlost cyklisty; W [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] relativní rychlost větru.

Obvodová rychlost

Obvodová rychlost lopatek je definována jako součin poloměru rotace r a úhlové rychlosti ω (viz Rovnice 36), nemá žádné složky v axiálním a radiálním směru. Obvodová rychlost leží v rovině kolmé na axiální směr.

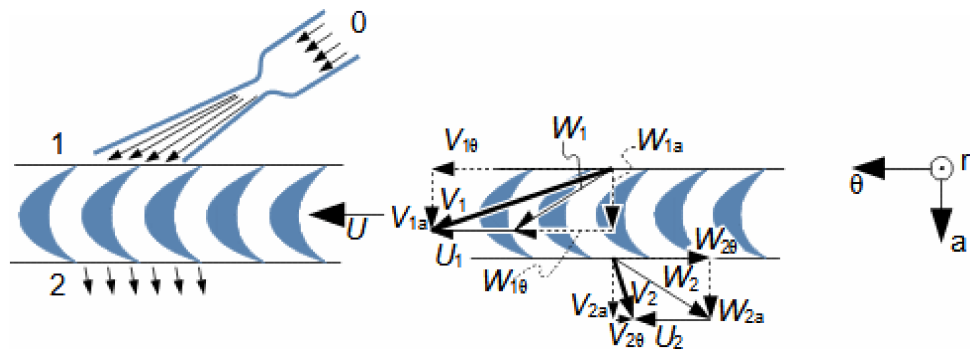
$$U = 2\pi \cdot r \cdot N = \omega \cdot r$$

36: Obvodová rychlost lopatek

N [s^{-1}] otáčky rotoru.

Rychlostní trojúhelník Lavalovy turbíny

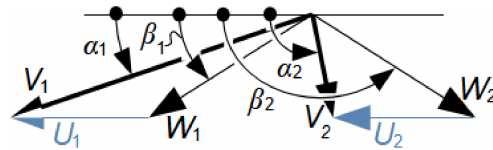
Grafické znázornění absolutní a relativní rychlosti tekutiny a obvodové rychlosti rotoru se nazývá rychlostní trojúhelník. Na Obrázku 37 jsou takové rychlostní trojúhelníky rotoru Lavalovy turbíny z Obrázku 13, kde pracovní tekutina (pára) vtéká do lopatkových kanálů rotoru rychlostí V_1 a vytéká s rychlostí V_2 .



37: Rychlostní trojúhelník rotoru Lavalovy turbíny

Úhly v rychlostních trojúhelnících

Rychlostní trojúhelník se obvykle nekreslí společně s profilovou mříží, ale pro přehlednost a potřeby výpočtů je znázorňován zvlášť. Také se do něj zakreslují úhly jednotlivých rychlostí, jak ukazuje Obrázek 38, na kterém jsou zároveň prezentována další pravidla pro jeho konstrukci. Například vtokový i výtokový rychlostní trojúhelník se kreslí v rovině proudění. Kladný směr jednotlivých složek rychlostí je ve směru obvodové rychlosti. Úhly jsou kótovány proti směru hodinových ručiček pro snadnější výpočet pomocí goniometrických funkcí, je ale možné i jiné kótování úhlů.


38: Rychlostní trojúhelník

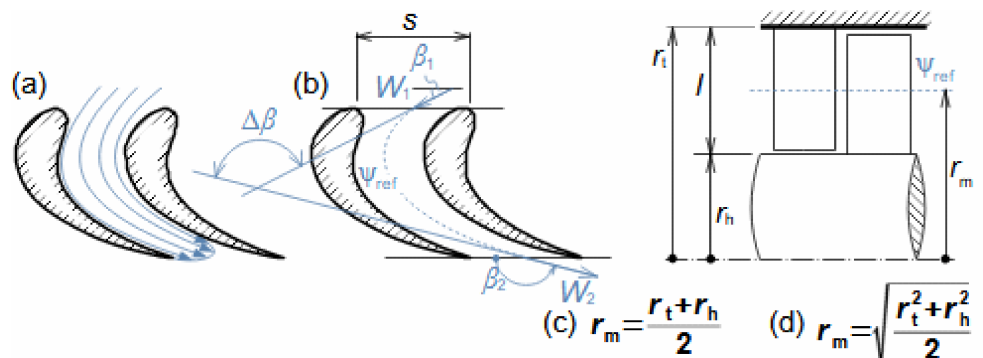
α [°] úhel absolutní rychlosti; β [°] úhel relativní rychlosti.

Návrh stupně lopatkového stroje

Při výpočtu stupně lopatkového stroje jsou hodnoty a směry rychlostí v rychlostním trojúhelníku důležité pro návrh tvaru lopatkových kanálů, respektive lopatek – když je znám směr, lze navrhnout zakřivení kanálů, když je známa změna rychlosti, lze navrhnout zda se kanál má zužovat nebo rozšiřovat apod. Rychlostní trojúhelník je platný pro konkrétní vyšetřovaný bod v objemu pracovní tekutiny ve stroji. Vedlejší bod už bude mít rychlostní trojúhelník mírně jiný, proto při návrhu stupně lopatkového stroje přistupujeme na jistou úroveň zjednodušeného popisu proudění podle požadavku na přesnost návrhu. Podle úrovně zjednodušení mluvíme o **1D**, **2D** a **3D** výpočtu.

1D výpočet

Při 1D výpočtu je reálné prostorové rychlostní pole v lopatkovém kanálu nahrazeno jedním referenčním proudovým vláknem se střední rychlostí proudění, viz Obrázek 39(a). Referenční proudové vlákno prochází středem lopatkového kanálu a nachází se na středním nebo kvadratickém poloměru lopatky podle rozhodnutí konstruktéra, viz Obrázek 39(b). Při výpočtu je zaváděno mnoho zjednodušení tak, aby výpočet byl jednoduchý, ale dostatečně reprezentativní v celém objemu stupně. Používá se při návrhu tvaru lopatkového kanálu stroje s přímými lopatkami, tj. tam kde jsou lopatky krátké a mezi patou a špicí lopatkou se významně neprojevuje rozdíl mezi obvodovými rychlostmi, viz Úloha 4.


39: Schéma 1D proudění stupněm na středním poloměru

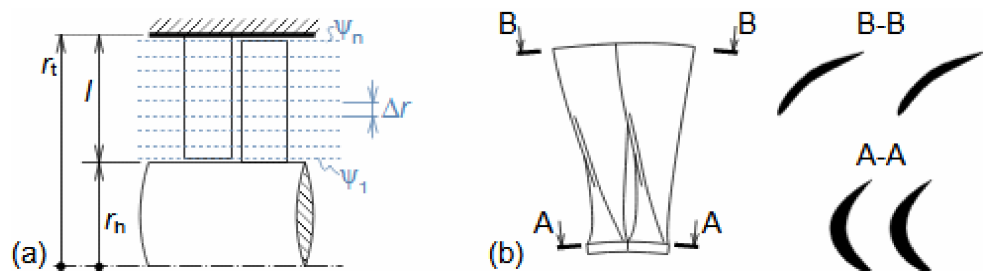
(a) reálné proudění v lopatkové mříži; (b) zjednodušení na 1D proudění; (c) rovnice pro střední poloměr lopatek; (d) rovnice pro střední kvadratický poloměr lopatek (střední kvadratický poloměr je takový poloměr, na kterém platí, že plocha mezikružím mezi r_t a r_m je stejně velká jako plocha mezikružím mezi r_m a r_h). l [m] délka lopatky; $\Delta\beta$ [°] požadované zakřivení proudu. ψ -proudnicice. Index $_{ref}$ označuje referenční, $_t$ poloměr lopatek na špičce (tip), $_h$ poloměr u paty lopatek (hub), index $_m$ označuje střední. Odvození rovnice středního kvadratického poloměru je uvedeno v Příloze 6.

Střední rychlost

Střední rychlost v lopatkovém kanálu lze stanovit z rovnice kontinuity, nebo ze střední hodnoty kinetické energie pracovní tekutiny v kanále, viz definice středních rychlostí v článku Vnitřní tření tekutiny a vývoj mezní vrstvy [Škorpík, 2023].

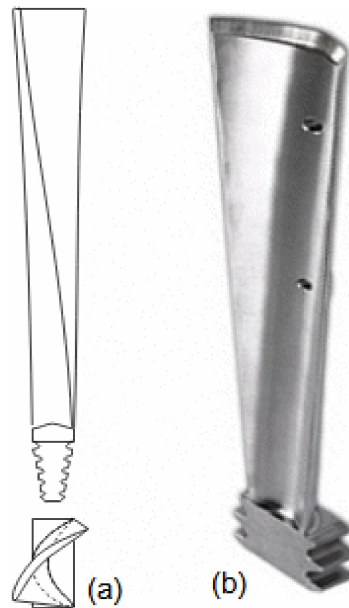
2D výpočet

Při 2D výpočtu se postupuje podobně jako v předchozím případě (nahrazení reálného proudového pole proudnicí střední rychlosti), s tím, že se výpočet rychlostního trojúhelníků provádí na několika poloměrech, viz Obrázek 40(a). Tento způsob výpočtu se používá především při výpočtu stupňů lopatkových strojů s důrazem na dosažení co nejlepšího tvaru lopatkového kanálu respektující prostorový charakter proudění (zvětšování rozteče s vyšetřovaným poloměrem a zvyšování obvodové rychlosti). Výpočet je podkladem pro tvar lopatkových kanálů na jednotlivých poloměrech zkroucených lopatek, viz Obrázek 41(b) nebo lopatek radiálních stupňů s axiální částí, viz Úloha 5.



40: Elementární stupeň lopatkového stroje

(a) rozdělení lopatky na n výpočtových elementů – výpočet na konkrétním poloměru se proto nazývá elementární stupeň lopatkového stroje; (b) příklad změn tvaru lopatkového kanálu mezi patou a špičkou zkroucených lopatek – mění se rozteč i tvar lopatkového kanálu podle výsledků rychlostních trojúhelníků pro daný elementární stupeň. n -počet elementů; Δr [m] vzdálenost mezi jednotlivými elementy stupně.



41: Příklady zkroucených lopatek parních turbín

(a) změna geometrie zkroucené lopatky navržená s ohledem na prostorový charakter proudění ve stupni; (b) ukázka zkroucené lopatky parní turbíny (fotografie Wiromet s.a.).

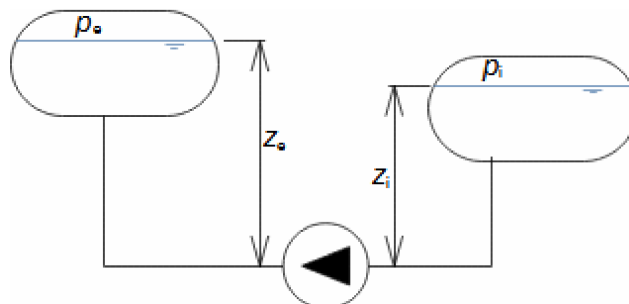
3D výpočet

3D výpočet představuje komplexní numerický výpočet stupně lopatkového stroje s využitím vyspělých programů na bázi metod konečných prvků (MKP). Obvykle zohledňuje i změny rychlostí v blízkosti profilů (vlivy mezní vrstvy). Před aplikaci 3D výpočtu je už známa přibližná geometrie stupně vypočítána z 1D nebo 2D výpočtu.

Úlohy

Úloha 1:

20 t·h⁻¹ vody je čerpáno z dolní nádrže do horní nádrže pomocí turbočerpadla. Tlak v dolní nádrži je 1 bar, tlak v horní nádrži 40 bar, výškový rozdíl hladin 7 m. Jaká je přibližná vnitřní práce a přibližný příkon čerpadla? Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 1.

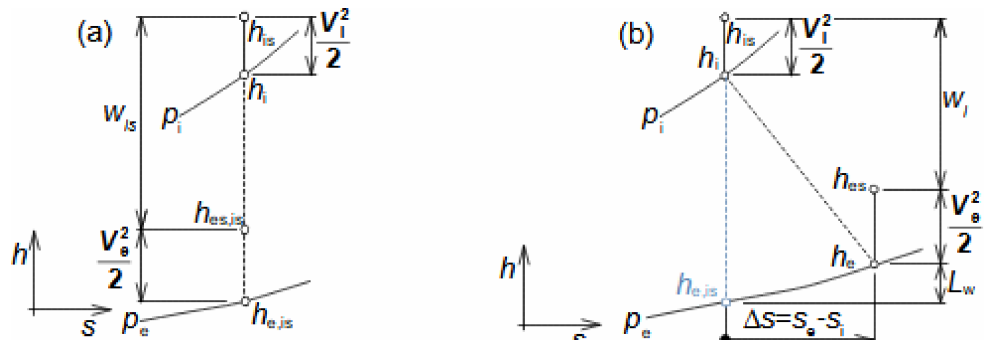


§1	zadáni:	$m; p_i; p_o; \Delta z$	§3	návrh:	$V_i; V_e$
§2	odečet:	$g; \rho$	§4	výpočet:	$w_i; P_i$

Popisek symbolů je uveden v Příloze 1.

Úloha 2:

Do parní turbíny vstupuje pára o tlaku 36,6 bar a teplotě 437 °C. Na výtoku z turbíny je tlak 6,2 bar a vnitřní práce turbíny je 410 kJ·kg⁻¹. Stanovte vnitřní ztráty a vnitřní účinnost turbíny – turbína je tepelně dobře izolována ($q \approx 0$), takže porovnávacím ideálním dějem je izentropická expanze. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 2.



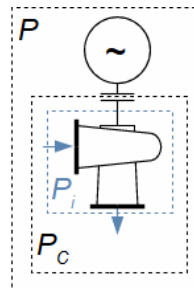
(a) změny stavu páry při izentropické expanzi; (b) změny stavu páry při reálné expanzi. s [J·kg⁻¹·K⁻¹] entropie. Index _{is} označuje izentropickou změnu.

§1	zadáni:	$p_i; t_i; p_e; w_i$	§3	výpočet:	$w_{id}; L_w; \eta_i$
§2	odečet:	$s_i; h_i; h_{e,is}$			

Popisek symbolů je uveden v Příloze 2.

Úloha 3:

Vypočítejte výkon turbosoustrojí vodní turbíny s generátorem. Vnitřní výkon turbíny je 15 MW, účinnost turbíny na spojce je 97,5 %, účinnost generátoru 97 %. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 3.

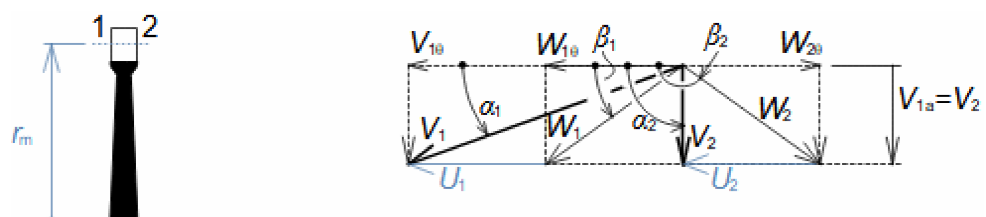


§1	zadáni:	$P_i; \eta_C; \eta_{el}$	§2	výpočet:	$P_C; P$
----	---------	--------------------------	----	----------	----------

Popisek symbolů je uveden v Příloze 3.

Úloha 4:

Určete rychlostní trojúhelník Lavalovy turbíny na středním poloměru lopatek, který je 80 mm. Otáčky rotoru jsou 29 625 min⁻¹. Ostatní parametry rychlostního trojúhelníku na středním poloměru jsou: $U_1=U_2$, $V_1=530$ m·s⁻¹, $V_{20}=0$ m·s⁻¹, $W_1=W_2$. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 4.

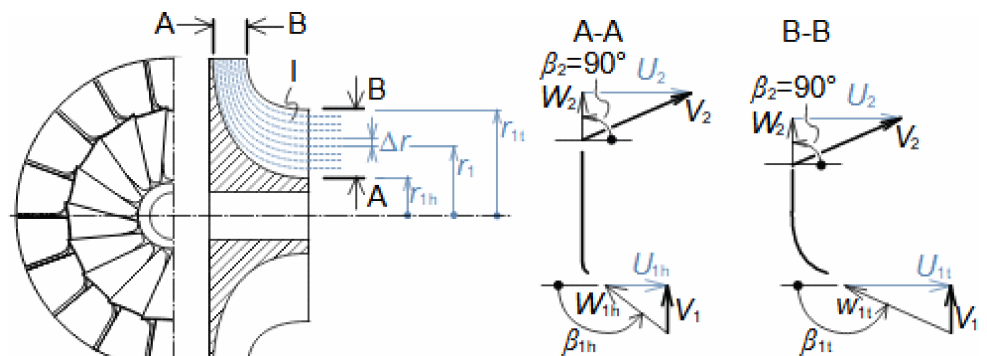


§1 zadání: $r_m; N; V_1; V_{20}$	§4 výpočet: $V_a; W_a; V_2$ (Pythagorova věta)
§2 návrh: tvar rychlostního trojúhelníku	§5 výpočet: $W_{1,2}$ (Pythagorova věta)
§3 výpočet: $U_{1,2}; W_{10}; W_{20}; V_{10}$ (Rov. 36)	§6 výpočet: $\alpha_1; \beta_1; \beta_2$ (goniometrické funkce)

Popisek symbolů je uveden v Příloze 4.

Úloha 5:

Navrhněte úhly lopatek, respektive relativních rychlostí záběrníku rotoru kompresoru na vybraných poloměrech (výtokový úhel lopatek, respektive relativních rychlostí na výtoku je na všech vyšetřovaných poloměrech stejný – $\beta_2=90^\circ$). Záběrník má po výšce nátokové hrany úhel přibližně odpovídající úhlu vstupní relativní rychlosti, viz přiložený obrázek. Poloměr lopatek na vstupu do rotoru je u špic 196,2 mm a u pat 61,2 mm. Hmotnostní tok rotorem při otáčkách $10\,000\text{ min}^{-1}$ je $27,2\text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$. Hustota plynu na vstupu je $1,2\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 5.



I-záběrník; A-A řez lopatkou u její paty; B-B řez lopatkou u její špice; Δr [mm] výška elementárního stupně.

§1 zadání: $r_{1t}; r_{1h}; N; m; \rho_1$	§4 výpočet: $r_{1n}; U_{1n}$ (Rov. 36)
§2 zadání: $A_1; V_1$ (rov. kontinuity)	§5 výpočet: β_{1n} (goniometrické funkce)
§3 návrh: Δr	

Popisek symbolů je uveden v Příloze 5.

Odkazy

ŠKORPÍK, 2023, Vnitřní tření tekutiny a vývoj mezní vrstvy, *fluid-dynamics.education*, Brno, fluid-dynamics.education/vnitri-treni-tekutiny-a-vyvoj-mezni-vrstvy.html.

ŠKORPÍK, Jiří, 2024, Technická termomechanika, *engineering-sciences.education*, Brno, ISSN 1804-8293, engineering-sciences.education/technicka-termomechanika.html.

ŠKORPÍK, Jiří, 2025, Aerodynamika profilů, *fluid-dynamics.education*, Brno, fluid-dynamics.education/aerodynamika-profilu.html.

MILLER, Rudolf, HOCHRAINER, A., LÖHNER, K., PETERMANN, H., 1972, *Energietechnik und Kraftmaschinen*, Rowohlt taschenbuch verlag GmbH, Hamburg, ISBN 3-499-19042-7.